

# LE $\infty$ -CATEGORIE STRETTE COME MODELLO DEI TIPI DI OMOTOPIA

ANDREA GAGNA

ABSTRACT. Nella tesi di L. Illusie, vi è una dimostrazione dovuta a D.Quillen dell'equivalenza delle categorie dell'omotopia delle categorie piccole e quella dei tipi omotopici. In seguito, R. Thomason stabilì l'esistenza di una struttura modello sulla categoria delle categorie piccole ed una equivalenza di Quillen di questa verso la struttura modello di Kan-Quillen sugli insiemi simpliciali.

Sviluppando le idee esposte da A. Grothendieck in un suo celebre manoscritto, D.C. Cisinski ha dimostrato che la struttura modello sulle categorie piccole è completamente canonica ed indipendente da qualsiasi considerazione topologica, caratterizzata da semplici assiomi e dal teorema A relativo di Quillen.

Questo punto di vista è stato ulteriormente generalizzato alle 2-categorie strette (piccole) da J. Chiche e D. Ara. Una parte di questo segue da un progetto più ampio, sviluppato in una serie di articoli da D. Ara e G. Maltsiniotis, i quali forniscono condizioni sufficienti per l'esistenza di una struttura modello di Thomason astratta in certe categorie con crivelli e cocrivelli. Molte di queste condizioni sono state verificate per la categoria delle  $\infty$ -categorie piccole strette, ma resta da comprendere il comportamento dei push-out di queste.

Avere una equivalenza di Quillen dalle  $\infty$ -categorie strette verso gli insiemi simpliciali sarebbe utile, in quanto ad ogni  $n$ -varietà topologica munita di una triangolazione è possibile associare canonicamente una  $n$ -categoria stretta con lo stesso tipo omotopico. La struttura globulare delle categorie superiori strette rende la computabilità di alcuni invarianti omotopici potenzialmente più semplice rispetto al caso degli  $\infty$ -gruppidi deboli.

PHD STUDENT, INSTITUT DE MATHÉMATIQUES DE MARSEILLE, FRANCIA

*E-mail address:* [andrea.gagna@gmail.com](mailto:andrea.gagna@gmail.com)